УДК 519.6: 629.7-519
DOI: 10.15587/1729-4061.2020.201103

Формування методу визначення координат звукових аномалій за даними комп'ютеризованої системи мікрофонів

О. М. Трунов, Ж. О. Бєлозьоров

Розглянуто особливості процесу визначення координат звукових аномалій за даними звукових рядів. Показано, що звукові аномалії є джерелом інформації про події, явища, що вже відбуваються, чи є їх передвісниками. Означено, що системи прослуховування є доповненням до тепловізорів, та при комплексному використанні з урахуванням переваг, які досягаються при використанні безпілотних літальних апаратів, забезпечують економію фінансових та людських ресурсів. Викладено методи, що дозволяють вирішувати задачу спостереження та прогнозу шляхом знаходження координат звукових аномалій. Запропоновані непрямі методи розв'язку задач пошуку координат звукової аномалії для трьох мікрофонів за лінійною схемою наближення та лінійною і квадратичною апроксимацією. Розв'язки доведено до аналітичних завершених виразів, які дозволяють проводити розрахунок координат за вхідними умовами для трьох або чотирьох мікрофонів. Також поставлено та розв'язано прямими методами задачу пошуку координат звукової аномалії для трьох та чотирьох мікрофонів. Представлено розв'язки як вирази, що дозволяють обчислювати координати звукової аномалії. Проведено чисельні експерименти, в ході яких обчислювались координати звукових аномалій, абсолютна похибка їх визначення на кожній ітерації та загальний час, що витратився на розрахунок. Продемонстровано, що найбільшу похибку мають системи, у яких координати мікрофонів і джерел звуку або практично однакові, або співпадають. За цих умов для прямих методів значення коефіцієнтів рівнянь зменьшуються практично до нуля або обертаються у нуль, а різниця значень шуканих координат між ітераціями різко зростає, що гальмує процес збіжності розв'язків. Показано, що застосування до пошуку координат наближених методів, шляхом розв'язку задач мінімізації із залученням методу рекурентної апроксимації, дозволяє будувати прості алгоритми. Їх реалізація для розв'язку задач чисельних експериментів дає швидкі та практично точні значення координат. Встановлено, що застосування до побудови алгоритмів методів логічного аналізу та правил логічного висновку зменшує кількість ітерацій та загальний час розрахунку

Ключові слова: звукова аномалія, функціонал, рекурентна апроксимація, аналітичні розв'язки, числовий експеримент

1. Вступ

Переваги комплексного застосування відео та аудіо спостереження та нові технічні можливості фіксації звукових аномалій відкривають нові перспективи широкого застосування для моніторингу у тому числі автоматизованих систем керування (АСК) надзвичайними ситуаціями [1].

Звукові аномалії при спостереженні з повітряних засобів є джерелом додаткової змістовної інформації про події або явища [2], що вже відбуваються, або які є передвісником наступних подій [3]. В умовах міста, степу, гірських районів або лісових масивів, звукові аномалії іноді є єдиним джерелом інформації [4]. У зв'язку з цим фіксація, накопичення та аналіз звукової інформації [5] являє інтерес для системного збору, обробки різними установами, державними інституціями та службами подвійного призначення [6]. Обмеженність фінансових та людських ресурсів є однією з причин зростаючого наукового та прикладного інтересу до створення комп'ютеризованих систем збору та обробки звукової інформації [7, 8]. Однак подальшому створенню та розвитку прикладних систем фіксації, розпізнавання, документування та картографування звукових аномалій і побудови АСК інформаційними потоками [9, 10] повинен передувати процес теоретичного аналізу та пошуку нових теоретичних основ і закономірностей калібрування та навчання [11, 12]. Методи збору, експрес обробки та розпізнавання потенціально-небезпечної події або передуючої до неї, про яку свідчить звукова аномалія, стали актаульним предметом перспективних наукових досліджень [13, 14].

Однак інноваційний розвиток водного господарства, єгерського контролю, фактів рубки лісу, не ліцензованої охоти, аварій на дорогах, пожеж, порушень режиму тиші і ефективність їх роботи безпосередньо залежить від точності і швидкості визначення координат [15]. Розв'язок останньої та побудова моделей, що здатні забезпечувати достовірну і точну інформацію про координати аномалії, для функціонування АСК обирається предметом останіх досліджень [16]. У зв'язку з цим актуальною є задача формування ефективного методу визначення координат, що розширить функціональні можливості таких служб та підвищить ефективність їх роботи. Безумовно, що останнє досягається за рахунок технічного удосконалення засобів, але у тому числі за рахунок удосконалення методів, моделей і алгоритмів їх роботи [15–17].

Особливо гостро на вимогу сьогодення постає задача формування моделі, методу визначення координат для систем фіксації звукових аномалій гарматної звукової розвідки, що потребує негайного розвитку і удосконалення з огляду на реальні дії і загрозу з боку агресора [18].

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Останнім часом у літературі все більше подаються дані про нові можливості технічних засобів реєстрації акустичних хвиль, які розповсюджуються у повітрі [1]. Чутливість та розподільча здатність таких систем дозволяє очікувати, що система прослуховування місцевості, наприклад «Трембіта М», замінить або інформаційно доповнить тепловізори та прилади нічного бачення [1]. Також, за даними [5], на сьогодні розвиток набувають інноваційні підходи організації систем комутації однотипних датчиків для сенсорної обробки, які раніше пройшли апробацію у адаптивних робото-технічних засобах підприємств гнучкої перебудови [7]. Запропонований підхід на базі програмуємих логічних контролерів (ПЛК) [19] добре налаштовується для випадку, коли до модуля обробки комутуються декілька однотипних датчиків [20]. Однак перевагою нових пропонованих систем [19] є можливості подальшого розширення, відповідно до вимог з якості сенсорів та реалізованості задач на *VHDL* мові, що впроваджено при різних процедурах ПЛК. Таким чином, створенні технічні передумови допускають подальше інноваційне удосконалення, як стаціонарних систем, так і мобільних, що працюють на базі мобільного пристрою у взаємодії з безпілотними літальними апаратами (БПЛА) [15]. Як показано в роботі [21], збільшення кількості звукових приймачів за рахунок використання рою БПЛА може розширити можливості технології. Разом з тим, там же доводиться, що таке рішення додатково збільшує кількість задач, які покладаються на нього [21]. В роботі [22] викладено метод, що дозволяє для ефективного вирішення задач спостереження та прогнозу обирати зони роботи БПЛА. Однак, вплив особливостей топології строю та місцевості на сьогоднішній день ускладнює їх розв’язок [22]. Застосування методу багатоагентного виокремлення події [23], на основі багатоознакових наборів і при використанні алгоритмів машинного навчання, очевидно після додаткових удосконалень може набути подальшого впровадження для розв’язку задач спостереження і прогнозу звукових аномалій [24]. Точність фіксації звукової аномалії, виокремлення її із набору сигналів, що накладаються, та фіксація моментів часу початку і кінця окремої події, лишається задачею удосконалення засобів, алгоритмів, сенсорів БПЛА [15, 20].

Ідея про розповсюдження сферичної акустичної хвилі незалежно від походження звуку, будь-то звук з позиції снайпера або розрив гарматного снаряду, що випущено із закритої позиції, застосована у роботі [25]. Існують роботи, у яких розриви саморухомих снарядів ракет із самонаведенням, розглядаються як джерела акустичних сферичних хвиль, що розповсюджуються із постійною швидкістю [26] в умовах накладання звуків інших подій. Останнє і є перешкодою для опису процесів і побудови моделі та алгоритмів визначення координат джерела звукової аномалії [27]. Поставлена в ній задача визначення координат у умовах надмірної інформації свідчить, що незалежно від застосування бінаурального ефекту проблема мінімізації функціоналу розв’язується прямими методами або чисельними. Однак застосування методу найскорішого спуску забезпечувало збіжність незалежно від вибору початкових умов, а метод Ньютона – ні. Причиною таких висновків є наявність іраціональності та не простих коренів, при яких знаменник рекурентною формули прямує до нуля, а вихідний функціонал осцилює. Як показано у роботі [15], необхідність фіксації звукової аномалії при такій моделі явища потребує збільшення кількості та розміщення декількох мікрофонів, що просторово виокремленні [28]. Таке технічне рішення за своєю суттю робить функціонал однозначно позитивним для усіх мікрофонів. Однак, розташування мікрофонів на квадрокоптерах породжує похибку координат за рахунок похибки координат мікрофону. Оцінка впливу на похибку вимірювання кута на ціль досліджувалась у роботі [28], але поданий у ній алгоритм не представив способу корекції методичної похибки, що виникає. Алгоритм визначення методичної похибки, що запропоновано у роботі [29], дозволяє проводити її оцінку за умов спрощеної моделі та наявних точних розв’язків. Таким чином, для задач, у яких початкове наближення обирається із умов очікуваних подій, що вимагає для свого застосування, устаткування яке використовує бінауральний ефект, буде потребувати також удосконалення як моделі і функціонала, так і методу розв'язку. Пошук та реалізація конструктивних рішень, що реалізують бінауральний ефект [29], вимагає прогнозу напряму події, що неможливо передбачити для задач цивільного характеру. За цих умов задача визначення координати звукової аномалії зазвичай зводиться до задачі або мінімізації функціоналу [30] або до розв'язку системи нелінійних алгебраїчних рівнянь [31].

Теоретичні узагальнення робіт, що присвячено застосованню прямих і не прямих методів для розв'язку задачі визначення координат існуючих моделей наведено у роботі [32]. Аналіз сукупності робіт [30–32] показує, що операція вилученя квадратного кореню, як для непрямих градієнтних методів [30], так і для методів квадратичного програмування з обмеженнями [31], є причиною неоднозначності. Порівняння результатів для прямих і не прямих методів, що подано у роботі з прикладної математики [32], тільки підтвердило припущення про не єдинність. Остання є головною причиною осциляцій між ітераціями розв'язків і, як наслідок, збільшення часу, а для деяких умов і розбіжністі.

Таким чином, наявність кореню квадратного як джерела не єдинності є головною не розв'язаною проблемою, а значить і першою причиною пошуку і дослідження інших форм представлення вихідних математичних моделей.

Подальший розвиток систем контролю надзвичайних ситуацій, руху на транспортних магістралях та інших, вимагає сумісного застосування геоінформаційних систем та інструментів картографування, що як напрям актуальних досліджень обґрунтовано і представлено в роботі [16]. Протиріччя між системами картографування, які працюють з непервним масштабом, та чисельними методами пошуку кординат [30–32], що застосовують скінчені прирости, полягає в усереднені першої та другої похідних. Вимога неперервності породжує необхідність інтерполювання і як наслідок породжує похибку.

Таким чином, вимога неперервності функцій та їх похідних і дискретність за своєю суттю чисельних методів вступають у протиріччя. Останнє є другою головною причиною пошуку ефективних прикладних математичних методів визначення координат звукових аномалій. Однак практична реалізація детермінованих моделей для розв'язку задачі картографування є проблемою також повноти і розв'язку системи квадратних рівнянь. Її спрощення, як обґрунтовано і продемонстровано в роботі [33], полягає у рекурентній апроксимації операторів, що буде ефективним для неперервних вектор-функцій або алгебраїчних нелінійних доданків диференціальних моделей [34]. Пошук шляхів, що здатні забезпечити швидкі обчислення або представити значення фізичних величин за допомогою аналітичних функцій належності, продемонстровано у роботі [35]. Переваги приєднання можливостей апарату математичного аналізу, що продемонстровано для задач керування, переконує в його реальності [36] за умов наявних розв'язків у аналітичному вигляді. Крім того, його застосування потребує додаткових числових та фізичних експериментів [37] і вимагає спеціальної оцінки можливостей забезпечення заданої точності та величини похибки. Іншим способом спрощення математичної задачі за рахунок застосування не прямих методів є приведення її до рекурентної послідовності, що допускає швидкі експрес обчислення [38]. Однак, для свого практичного застосування така методологія вимагає сумісних дій: переформування моделі, пропозиції нових аналітичних методів і алгоритмів та дослідження їх збіжності у ході чисельних експериментів, що теж є нерозв'язаною задачею.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є розробка методу, що дозволяє визначати координати звукової аномалії із заданою точністю.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

– побудувати математичну модель, що зв'язує координати звукової аномалії за даними звукових рядів з такими параметрами як швидкість розповсюдження звуку у повітрі, відстань між мікрофонами та їх кількість і розташування;

– побудувати наближенний аналітичний розв'язок задачі пошуку координат звукової аномалії для трьох мікрофонів, за лінійною схемою наближення і лінійною та квадратичною апроксимацією;

– обґрунтувати алгоритми пошуку методами непрямого та прямого розв'язку задачі розрахунку координати звукової аномалії для форм моделі, що обрано трьох і чотирьох мікрофонів;.

– провести числовий експеримент з визначення координат звукової аномалії із заданою точністю.

4. Формування моделі та постановка і розв'язок задачі визначення координат звукових аномалій

4. 1. Опис комп'ютерної системи мікрофонів та модель визначення координат звукових аномалій за даними звукових рядів

Розглянемо систему, що складається з трьох або чотирьох мікрофонів та контролерів, яка здатна приймати та фіксувати у часі звукові сигнали, що попередньо перетворенні у електричні. Припустимо, що система забезпечена каналами прийому та передачі даних від контролера кожного мікрофону до процесору. Останій, формує дані фреймів для протокольного збереження до формування набору від усіх мікрофонів. За командою, формування якої передбачено алгоритмом, запрошує, обробляє та зберігає оброблені дані часу фіксації різними мікрофонами звукової аномалії. Введемо позначення джерела звукової аномалії і приймача сигналу літерами c та r відповідно у нижньому індексі. Також позначимо v_n – швидкість звуку, з якою розповсюджується звукова хвиля. За цих умов, позначатимемо точку і координати приймача сигналу $M_j(x_{rj}, y_{rj}, z_{rj})$, у декартовій системі координат. Покладемо, що у цій точці визначено координати мікрофону на j-тому мобільному засобі переміщення БПЛА або на стаціонарному пункті спостереження. Позначимо t_{ci} та t_{rj} відповідно час виникнення і фіксації звукової аномалії, що виникла у точці C_i з координатами розташування (x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}) та зафіксована мікрофоном у точці $M_j(x_{rj}, y_{rj}, z_{rj})$ у одній системі фіксації часу. Припустимо, що звукові хвилі є сферичними, а її фронт фіксується як миттєвий імпульс. За цих припущень та позначень вихідну математичну модель зведемо до системи рівнянь, що за своєю суттю є умовами рівності відстані між джерелом звукової аномалії і мікрофоном, які визначено по їх координатах та шляху, що пройшла сферична хвиля до цього мікрофону. У випадку, наприклад, застосування трьох мікрофонів запишемо:

$$\begin{cases} \left(x_{r1}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r1}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r1}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r1}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \\ \left(x_{r2}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r2}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r2}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r2}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \\ \left(x_{r3}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r3}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r3}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r3}-t_{ci}\right)\right]^2=0. \end{cases} \tag{1}$$

Така система містить три невідомі координати та четверту невідому – час виникнення звукової аномалії. За своєю суттю вона може розглядатись, як задача з параметром або вимагає пошуку додаткового четвертого рівняння.

4. 2. Наближенний аналітичний розв'язок задачі пошуку координат звукової аномалії для трьох мікрофонів

Сформована система (1) є нелінійною, пошук її розв'язку не є очевидним і єдиним. Дослідимо можливі методи пошуку її розв'язку та проведемо їх аналіз і порівняння. Для побудови наближеного методу сформуємо з рівнянь системи (1) функціонал $F\left(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, t_{ci}, t_{rj}\right)$, як суму квадратів відхилень:

$$o\,F\left(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, t_{ci}, t_{rj}\right)=\sum_{j=1}^{m}\left\{\begin{matrix}\left(x_{rj}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{rj}-y_{ci}\right)^2+ \\ +\left(z_{rj}-x_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{rj}-t_{ci}\right)\right]^2\end{matrix}\right\}^2. \tag{2}$$

Доданки під знаком суми у виразі функціоналу завжди додатні, оскільки вони є квадратами дійсних чисел – значень величин координат. Крім того, похибка визначення координат є обмеженою величиною та визначається змістом задачі, яку позначимо $\left[\Delta l\right]$. Таким чином, вихідну задачу (1) сформулюємо, як задачу з параметром мінімізації з обмеженнями:

$$\min_{x_{ci},y_{ci},z_{ci}} F\left(x_{ci},y_{ci},z_{ci},t_{ci},t_{rj},m\right);$$

$$\left(\Delta x_{ci}\right)^2\le\left[\Delta l\right]^2;\ \left(\Delta y_{ci}\right)^2\le\left[\Delta l\right]^2;\ \left(\Delta z_{ci}\right)^2\le\left[\Delta l\right]^2. \tag{3}$$

Запис необхідної умови мінімуму для усіх шуканих координат звукової аномалії

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

після безпосереднього диференціювання за ними дозволяє представити:

$$\frac{\partial F}{\partial x_{ci}} = -4\left(x_{r1} - x_{ci}\right)\left[\left(x_{r1} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r1} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r1} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r1} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(x_{r2} - x_{ci}\right)\left[\left(x_{r2} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r2} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r2} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r2} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(x_{r3} - x_{ci}\right)\left[\left(x_{r3} - x_{ci}\right)^2 - \left(y_{r3} - y_{ci}\right)^2 - \left(z_{r3} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r3} - t_{ci}\right)\right]^2\right] = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_{ci}} = -4\left(y_{r1} - y_{ci}\right)\left[\left(x_{r1} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r1} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r1} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r1} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(y_{r2} - y_{ci}\right)\left[\left(x_{r2} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r2} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r2} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r2} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(y_{r3} - y_{ci}\right)\left[\left(x_{r3} - x_{ci}\right)^2 - \left(y_{r3} - y_{ci}\right)^2 - \left(z_{r3} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r3} - t_{ci}\right)\right]^2\right] = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_{ci}} = -4\left(z_{r1} - z_{ci}\right)\left[\left(x_{r1} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r1} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r1} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r1} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(z_{r2} - z_{ci}\right)\left[\left(x_{r2} - x_{ci}\right)^2 + \left(y_{r2} - y_{ci}\right)^2 + \left(z_{r2} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r2} - t_{ci}\right)\right]^2\right] -$$
$$-4\left(z_{r3} - z_{ci}\right)\left[\left(x_{r3} - x_{ci}\right)^2 - \left(y_{r3} - y_{ci}\right)^2 - \left(z_{r3} - z_{ci}\right)^2 - \left[v_n\left(t_{r3} - t_{ci}\right)\right]^2\right] = 0.$$

Сформульована задача може бути розв'язана у тому числі і методом рекурентної апроксимації двома шляхами.

4. 2. 1. Розв'язок задачі пошуку координат звукової аномалії за лінійною схемою наближення і лінійною апроксимацією

Розкладемо систему (4) та приведемо задачу (3) до лінійної системи алгебраїчних рівнянь, скориставшись методом рекурентної апроксимації [33, 35] та обмежуючись лінійною схемою наближення і лінійною апроксимацією:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}^2}\Delta x_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}\partial x_{ci}}\Delta y_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial x_{ci}}\Delta z_{ci} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}\partial y_{ci}}\Delta x_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}^2}\Delta y_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial y_{ci}}\Delta z_{ci} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}\partial z_{ci}}\Delta x_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}\partial z_{ci}}\Delta y_{ci} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}^2}\Delta z_{ci} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Введемо позначення відповідних коефіцієнтів при приростах шуканих невідомих та виведемо їх вирази прямим диференціюванням:

$$a_{11} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}^2} = 4\begin{bmatrix} 3(x_{r1}-x_{ci})^2 + (y_{r1}-y_{ci})^2 + (z_{r1}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r1}-t_{ci})\right]^2 + \\ +3(x_{r2}-x_{ci})^2 + (y_{r2}-y_{ci})^2 + (z_{r2}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r2}-t_{ci})\right]^2 + \\ +3(x_{r3}-x_{ci})^2 + (y_{r3}-y_{ci})^2 + (z_{r3}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r3}-t_{ci})\right]^2 \end{bmatrix};$$

$$a_{12} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}\partial x_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (y_{r1}-y_{ci})(x_{r1}-x_{ci}) + (y_{r2}-y_{ci})(x_{r2}-x_{ci}) + \\ +(y_{r3}-y_{ci})(x_{r3}-x_{ci}) \end{bmatrix};$$

$$a_{13} = \frac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial x_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (z_{r1}-z_{ci})(x_{r1}-x_{ci}) + (z_{r2}-z_{ci})(x_{r2}-x_{ci}) + \\ +(z_{r3}-z_{ci})(x_{r3}-x_{ci}) \end{bmatrix};$$

$$a_{21} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}\partial y_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (x_{r1}-x_{ci})(y_{r1}-y_{ci}) + (x_{r2}-x_{ci})(y_{r2}-y_{ci}) + \\ +(x_{r3}-x_{ci})(y_{r3}-y_{ci}) \end{bmatrix};$$

$$a_{22} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}^2} = 4\begin{bmatrix} (x_{r1}-x_{ci})^2 + 3(y_{r1}-y_{ci})^2 + (z_{r1}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r1}-t_{ci})\right]^2 + \\ +(x_{r2}-x_{ci})^2 + 3(y_{r2}-y_{ci})^2 + (z_{r2}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r2}-t_{ci})\right]^2 + \\ +(x_{r3}-x_{ci})^2 + 3(y_{r3}-y_{ci})^2 + (z_{r3}-z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r3}-t_{ci})\right]^2 \end{bmatrix};$$

$$a_{23} = \frac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial y_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (z_{r1}-z_{ci})(y_{r1}-y_{ci}) + (z_{r2}-z_{ci})(y_{r2}-y_{ci}) + \\ +(z_{r3}-z_{ci})(y_{r3}-y_{ci}) \end{bmatrix},$$

$$a_{31} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_{ci} \partial z_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (x_{r1} - x_{ci})(z_{r1} - z_{ci}) + (x_{r2} - x_{ci})(z_{r2} - z_{ci}) + \\ +(x_{r3} - x_{ci})(z_{r3} - z_{ci}) \end{bmatrix};$$

$$a_{32} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_{ci} \partial z_{ci}} = 8\begin{bmatrix} (y_{r1} - y_{ci})(z_{r1} - z_{ci}) + (y_{r2} - y_{ci})(z_{r2} - z_{ci}) + \\ +(y_{r3} - y_{ci})(z_{r3} - z_{ci}) \end{bmatrix};$$

$$a_{33} = \frac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}^2} = 4\begin{bmatrix} (x_{r1} - x_{ci})^2 + (y_{r1} - y_{ci})^2 + \\ +3(z_{r1} - z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r1} - t_{ci})\right]^2 + \\ +(x_{r2} - x_{ci})^2 + (y_{r2} - y_{ci})^2 + 3(z_{r2} - z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r2} - t_{ci})\right]^2 + \\ +(x_{r3} - x_{ci})^2 + (y_{r3} - y_{ci})^2 + 3(z_{r3} - z_{ci})^2 - \left[v_n(t_{r3} - t_{ci})\right]^2 \end{bmatrix},$$

а також введемо приріст для n+1-го наближення і n-го:

$$\Delta x_{ci} = (x_{ci})_{n+1} - (x_{ci})_n;$$

$$\Delta y_{ci} = (y_{ci})_{n+1} - (y_{ci})_n;$$

$$\Delta z_{ci} = (z_{ci})_{n+1} - (z_{ci})_n.$$

Таким чином, система (4) буде перетворена до наближенної системи, що буде компактним представленням (5), а за умов обмеженості других похідних або коефіцієнтів буде швидко-збіжною:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} + a_{11}\Delta x_{ci} + a_{12}\Delta y_{ci} + a_{13}\Delta z_{ci} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} + a_{21}\Delta x_{ci} + a_{22}\Delta y_{ci} + a_{23}\Delta z_{ci} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}} + a_{31}\Delta x_{ci} + a_{32}\Delta y_{ci} + a_{33}\Delta z_{ci} = 0. \end{cases} \qquad (6)$$

Нескладно її спростити методом виключення, якщо спершу вилучити Δx_{ci}:

$$\begin{cases} a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} + \left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\Delta y_{ci} + \left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right)\Delta z_{ci} = 0; \\ a_{31}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} - a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}} + \left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\Delta y_{ci} + \left(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}\right)\Delta z_{ci} = 0. \end{cases}$$

Далі виключити Δy_{ci}

$$\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}\frac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\frac{\partial F}{\partial y_{ci}}\right) - \left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}\frac{\partial F}{\partial y_{ci}} - a_{21}\frac{\partial F}{\partial z_{ci}}\right) +$$
$$+\left[\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right) - \left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}\right)\right]\Delta z_{ci} = 0.$$

Розв’язок останнього дозволяє послідовно обчислювати прирости, що відповіно узагальнимо для n-го наближення:

$$\Delta z_{nci} = -\begin{bmatrix} \left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}}\right) - \\ -\left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} - a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}}\right) \end{bmatrix} \times \tag{8}$$
$$\times\left[\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right) - \left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}\right)\right]^{-1};$$

$$\Delta y_{nci} = -\left[a_{21}\frac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\frac{\partial F}{\partial y_{ci}} + \left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right)\Delta z_{nci}\right]\left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)^{-1}; \tag{9}$$

$$\Delta x_{nci} = -\frac{1}{a_{11}}\left(\frac{\partial F}{\partial x_{ci}} + a_{12}\Delta y_{nci} + a_{13}\Delta z_{nci}\right). \tag{10}$$

Таким чином, розв’язок системи представиться у зворотному порядку для наступного наближення:

$$z_{n+1,ci} = z_{nci} + \Delta z_{nci}$$

або обчислюється як рекурентна величина:

$$z_{n+1,ci} = z_{nci} - \begin{bmatrix} \left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}}\right) - \\ -\left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} - a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}}\right) \end{bmatrix} \times \tag{11}$$

$$\times\left[\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right) - \left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}\right)\right]^{-1}.$$

Далі для наступної координати аналогічно наступне наближення подано як:

$$y_{n+1,ci} = y_{nci} + \Delta y_{nci}$$

або через пряме обчислення

$$y_{n+1,ci} = y_{nci} - \begin{bmatrix} a_{21}\dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} - a_{11}\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} + \\ +\left(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}\right)\Delta z_{nci} \end{bmatrix}\left(a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}\right)^{-1}.. \tag{12}$$

Третя ж координата, також у наступному наближенні розраховується через координати n-го наближення:

$$x_{n+1,ci} = x_{nci} + \Delta x_{nci}$$

або безпосереднім розрахунком:

$$x_{n+1,ci} = x_{nci} - \frac{1}{a_{11}}\left(\frac{\partial F}{\partial x_{ci}} + a_{12}\Delta y_{nci} + a_{13}\Delta z_{nci}\right). \tag{13}$$

Отриманні прирісти дозволяють перевірити виконання обмежень нерівностей в (6) і обчисліти відносні похибки:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x_{ci}}{x_{ci}};\ \ \varepsilon_y = \frac{\Delta y_{ci}}{y_{ci}};\ \ \varepsilon_z = \frac{\Delta z_{ci}}{z_{ci}}.$$

Якщо модуль відносної похибки більше або дорівнює заданій похибці для усіх трьох координат, тобто: ($|\varepsilon_x| \ge [\varepsilon]$ and $|\varepsilon_y| \ge [\varepsilon]$ and $|\varepsilon_z| \ge [\varepsilon]$), то необхідно покласти $n=n+1$ та перейти до наступного обчислення координат точки звукової аномалії для наступного наближення.

4. 2. 2. Розв’язок задачі пошуку координат звукової аномалії за лінійною схемою наближення і квадратичною апроксимацією

Розкладемо систему (4) та приведемо задачу (3) до нелінійної системи алгебраїчних рівнянь, скориставшись методом рекурентної апроксимації [30, 32] та обмежуючись лінійною схемою наближення і квадратичною апроксимацією:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial F}{\partial x_{ci}} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^3}\Delta x_{nci} \right)\Delta x_{n+1,ci} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}\partial x_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 \partial x_{ci}}\Delta y_{n,ci} \right)\Delta y_{n+1,ci} + \\
+\left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial x_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 \partial x_{ci}}\Delta z_{nci} \right)\Delta z_{n+1,ci} = 0; \\
\dfrac{\partial F}{\partial y_{ci}} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}\partial y_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 \partial y_{ci}}\Delta x_{nci} \right)\Delta x_{n+1,ci} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^3}\Delta y_{nci} \right)\Delta y_{n+1,ci} + \\
+\left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}\partial y_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 \partial y_{ci}}\Delta z_{nci} \right)\Delta z_{n+1,ci} = 0; \\
\dfrac{\partial F}{\partial z_{ci}} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial x_{ci}\partial z_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 \partial z_{ci}}\Delta x_{nci} \right)\Delta x_{n+1,ci} + \left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial y_{ci}\partial z_{ci}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 \partial z_{ci}}\Delta y_{nci} \right)\Delta y_{n+1,ci} + \\
+\left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial z_{ci}^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^3}\Delta z_{nci} \right)\Delta z_{n+1,ci} = 0.
\end{cases} \qquad (14)
$$

Реалізація такої схеми передбачає на кожній ітерації наявність значень наближення приростів шуканих величин, які на першій ітерації покладаються нулями. Необхідними для реалізації такого розв'язку є вирази третіх похідних від обраного функціоналу:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^3} = -24\left[\left(x_{r1} - x_{ci} \right) + \left(x_{r2} - x_{ci} \right) + \left(x_{r3} - x_{ci} \right) \right].$$

Далі обчислимо інші похідні

$$\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 \partial x_{ci}} = -8\left[\left(x_{r1} - x_{ci} \right) + \left(x_{r2} - x_{ci} \right) + \left(x_{r3} - x_{ci} \right) \right];$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 \partial x_{ci}} = -8\left[\left(x_{r1} - x_{ci}\right) + \left(x_{r2} - x_{ci}\right) + \left(z_{r3} - z_{ci}\right)\right].$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 \partial y_{ci}} = -8\left[\left(y_{r1} - y_{ci}\right) + \left(y_{r2} - y_{ci}\right) + \left(y_{r3} - y_{ci}\right)\right].$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^3} = -24\left[\left(y_{r1} - y_{ci}\right) + \left(y_{r2} - y_{ci}\right) + \left(y_{r3} - y_{ci}\right)\right].$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 \partial y_{ci}} = -8\left[\left(y_{r1} - y_{ci}\right) + \left(y_{r2} - y_{ci}\right) + \left(y_{r3} - y_{ci}\right)\right];$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 \partial z_{ci}} = -8\left[\left(z_{r1} - z_{ci}\right) + \left(z_{r2} - z_{ci}\right) + \left(z_{r3} - z_{ci}\right)\right];$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 \partial z_{ci}} = -8\left[\left(z_{r1} - z_{ci}\right) + \left(z_{r2} - z_{ci}\right) + \left(z_{r3} - z_{ci}\right)\right];$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^3} = -24\left[\left(z_{r1} - z_{ci}\right) + \left(z_{r2} - z_{ci}\right) + \left(z_{r3} - z_{ci}\right)\right].$$

Тепер, якщо у новій системі (14) перевизначимо коефіцієнти рівнянь наступним чином:

$$b_{n1} = \frac{\partial F}{\partial x_{ci}};\ b_{n2} = \frac{\partial F}{\partial z_{ci}};\ b_{n3} = \frac{\partial F}{\partial y_{ci}};$$

$$a_{n+1,11} = a_{n11} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^3}\Delta x_{nci};\ a_{n+1,12} = a_{n12} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 x_{ci}}\Delta y_{nci};$$

$$a_{n+1,13} = a_{n13} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 x_{ci}}\Delta z_{nci};$$

$$a_{n+1,21} = a_{n21} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 y_{ci}}\Delta x_{nci};\ a_{n+1,22} = a_{n22} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^3}\Delta y_{nci};$$

$$a_{n+1,23} = a_{n23} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^2 \partial y_{ci}} \Delta z_{nci};$$

$$a_{n+1,31} = a_{n31} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial x_{ci}^2 \partial z_{ci}} \Delta x_{nci};\quad a_{n+1,32} = a_{n32} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial y_{ci}^2 \partial z_{ci}} \Delta y_{nci};$$

$$a_{n+1,33} = a_{n33} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 F}{\partial z_{ci}^3} \Delta z_{nci}; \tag{15}$$

то нова система рівнянь (14) з урахуванням позначень (15) набуде аналогічний вигляд:

$$\begin{cases} b_{n1} + a_{n+1,11}\Delta x_{n+1,ci} + a_{n+1,12}\Delta y_{n+1,ci} + a_{n+1,13}\Delta z_{n+1,ci} = 0; \\ b_{n2} + a_{n+1,21}\Delta x_{n+1,ci} + a_{n+1,22}\Delta y_{n+1,ci} + a_{n+1,23}\Delta z_{n+1,ci} = 0; \\ b_{n3} + a_{n+1,31}\Delta x_{n+1,ci} + a_{n+1,32}\Delta y_{n+1,ci} + a_{n+1,33}\Delta z_{n+1,ci} = 0; \end{cases}$$

але коефіцієнти у ній будуть змінюватись від наближення до наближення. Слід зазначити, що введені нижні індекси n та n+1 вказують номер наближення, а це означає: у всіх величинах функціоналу і його частинних похідних координати звукової аномалії та їх прирости визначені саме для цих наближень. Таким чином, наближений розв’язок задачі пошуку координат звукової аномалії для трьох мікрофонів за лінійною схемою наближення та лінійною апроксимацією або квадратичною можно об’єднувати у єдиний алгоритм.

4. 3. Прямий розв’язок задачі пошуку координат звукової аномалії

Для побудови прямого розв’язку розглянемо вихідну систему (1). Спрощення розв’язку вихідної нелінійної системи (1) проведемо приведенням її до лінійної. Спираючись на властивості різниці квадратів двох чисел та можливі комбінації по два числа з трьох, покажимо властивість представлення різниць квадратів як лінійну форму по відношенню до кожного з трьох чисел. Для цього від рівняння-умови досягнення сигналу до кожного з мікрофонів віднімемо рівняння, що записано для аналогічної умови іншого мікрофону. Реалізуючи сказане, запишемо нову систему трьох рівнянь:

$$\begin{aligned} &x_{r2}^2 - x_{r1}^2 - 2\left(x_{r2} - x_{r1}\right)x_{ci} + y_{r2}^2 - y_{r1}^2 - 2\left(y_{r2} - y_{r1}\right)y_{ci} + \\ &+ z_{r2}^2 - z_{r1}^2 - 2\left(z_{r2} - z_{r1}\right)z_{ci} - \left\{v_n^2\left(t_{r2} - t_{r1}\right)\left(t_{r2} + t_{r1} - 2t_{ci}\right)\right\} = 0; \\ \\ &x_{r3}^2 - x_{r2}^2 - 2\left(x_{r3} - x_{r2}\right)x_{ci} + y_{r3}^2 - y_{r2}^2 - 2\left(y_{r3} - y_{r2}\right)y_{ci} + \\ &+ z_{r3}^2 - z_{r2}^2 - 2\left(z_{r3} - z_{r2}\right)z_{ci} - \left\{v_n^2\left(t_{r3} - t_{r2}\right)\left(t_{r3} + t_{r2} - 2t_{ci}\right)\right\} = 0; \end{aligned} \tag{16}$$

$$x_{r1}^2 - x_{r3}^2 - 2(x_{r1} - x_{r3})x_{ci} + y_{r1}^2 - y_{r3}^2 - 2(y_{r1} - y_{r3})y_{ci} +$$
$$+ z_{r1}^2 - z_{r3}^2 - 2(z_{r1} - z_{r3})z_{ci} - \left\{ v_n^2 (t_{r1} - t_{r3})(t_{r1} + t_{r3} - 2t_{ci}) \right\} = 0;$$

Нескладно переконатись, що вона тепер є лінійною по відношенню до шуканих координат x_{ci}, y_{ci}, z_{ci} x_{ci}, y_{ci}, z_{ci} i-тої звукової аномалії, а t_{ci} є параметром, назвемо її комбінаційне різницевою формою.

4. 3. 1. Алгоритм прямого розв'язку задачі для трьох мікрофонів

Задача зведена до розгляду розповсюдження хвилі від звукової аномалії з невідомими координатами до приймачів з відомими координатами і відомим часом її реєстрації. Вихідними умовами також означено, що комп'ютерна система має три мікрофони. За цих умов задача (1), після алгебраїчних перетворень комбінаційно-різницевої форми буде подана системою трьох рівнянь:

$$\begin{cases} b_1 + a_{11}x_{ci} + a_{12}y_{ci} + a_{13}z_{ci} = 0; \\ b_2 + a_{21}x_{ci} + a_{22}y_{ci} + a_{23}z_{ci} = 0; \\ b_3 + a_{31}x_{ci} + a_{32}y_{ci} + a_{33}z_{ci} = 0; \end{cases} \tag{17}$$

де коефіцієнти дорівнюють:

$$b_1 = x_{r2}^2 - x_{r1}^2 + y_{r2}^2 - y_{r1}^2 + z_{r2}^2 - z_{r1}^2 - \left\{ v_n^2 (t_{r2} - t_{r1})(t_{r2} + t_{r1} - 2t_{ci}) \right\};$$

$$b_2 = x_{r3}^2 - x_{r2}^2 + y_{r3}^2 - y_{r2}^2 + z_{r3}^2 - z_{r2}^2 - \left\{ v_n^2 (t_{r3} - t_{r2})(t_{r3} + t_{r2} - 2t_{ci}) \right\};$$

$$b_3 = x_{r1}^2 - x_{r3}^2 + y_{r1}^2 - y_{r3}^2 + z_{r1}^2 - z_{r3}^2 - \left\{ v_n^2 (t_{r1} - t_{r3})(t_{r1} + t_{r3} - 2t_{ci}) \right\};$$

$$a_{11} = -2(x_{r2} - x_{r1}); \; a_{21} = -2(x_{r3} - x_{r2});$$

$$a_{31} = -2(x_{r1} - x_{r3});$$

$$a_{12} = -2(y_{r2} - y_{r1}); \; a_{22} = -2(y_{r3} - y_{r2});$$

$$a_{32} = -2(y_{r1} - y_{r3});$$

$$a_{13} = -2(z_{r2} - z_{r1}); \; a_{23} = -2(z_{r3} - z_{r2});$$

$$a_{33} = -2(z_{r1} - z_{r3});$$

Її аналітичний розв’язок за один крок після виключення x_{ci} зведемо до системи двох рівнянь:

$$\begin{cases} a_{21}b_1 - a_{11}b_2 + \left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right) y_{ci} + \left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right) z_{ci} = 0; \\ a_{31}b_2 - a_{21}b_3 + \left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right) y_{ci} + \left(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}\right) z_{ci} = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Після виключення y_{ci} маємо одне рівняння з одним невідомим:

$$\left(a_{21}b_1 - a_{11}b_2\right)\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right) - \left(a_{31}b_2 - a_{21}b_3\right)\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right) +$$
$$+\left[\left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right)\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right) - \left(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}\right)\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)\right] z_{ci} = 0.$$

Звідки координати джерела звукових аномалій:

$$z_{ci} = -\left[\left(a_{21}b_1 - a_{11}b_2\right)\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right) - \left(a_{31}b_2 - a_{21}b_3\right)\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)\right] \times$$
$$\times\left[\left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right)\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right) - \left(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}\right)\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)\right]^{-1}. \quad ,$$

а отже, використовуючи перше з рівнянь (18), запишемо:

$$y_{ci} = -\left[a_{21}b_1 - a_{11}b_2 + \left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right) z_{ci}\right]\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)^{-1},$$

що у свою чергу дасть із першого з рівнянь (18):

$$x_{ci} = -\frac{1}{a_{11}}\left(b_1 + a_{12}y_{ci} + a_{13}z_{ci}\right).$$

Таким чином, прямим розрахунком знайдено координати звукової аномалії за даними трьох мікрофонів. Крім того, слід зазначити, що при такому приведенні системи спостерігається незалежність від часу виникнення звукової аномалії, а точність буде визначатись взаємним розташуванням мікрофонів та відстанню між ними. Висновком з виразу розв’язку є твердження, що відстань між мікрофонами визначає похибку розв’язку, а самі мікрофони не повинні розташовуватись у одній площині та на одній висоті. Забезпечити виконання таких умов для трьох мікрофонів неможливо для усіх випадків при довільному розташуванні звукової аномалії. У випадках, коли час розповсюдження хвилі до двох мікрофонів буде практично однаковим або буде практично однаковою відстань між мікрофонами, похибка визначення координат є найбільшою. Шлях до її зменшення полягає у збільшенні числа мікрофонів та їх рознесенні і розташуванні у просторі.

4. 3. 2. Алгоритм прямого розв’язку задачі для чотирьох мікрофонів

Вихідну систему сформуємо, виходячи з умови рівності відстані між джерелом звукової аномалії та шляху, що пройшла сферична хвиля для чотирьох мікрофонів:

$$\begin{cases} \left(x_{r1}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r1}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r1}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r1}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \\ \left(x_{r2}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r2}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r2}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r2}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \\ \left(x_{r3}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r3}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r3}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r3}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \\ \left(x_{r4}-x_{ci}\right)^2+\left(y_{r4}-y_{ci}\right)^2+\left(z_{r4}-z_{ci}\right)^2-\left[v_n\left(t_{r4}-t_{ci}\right)\right]^2=0; \end{cases} \tag{19}$$

Спрощення розв’язку вихідної нелінійної системи (19) проведемо перетворенням її до лінійної комбінаційно-різницевої форми. Для цього від рівняння-умови досягнення сигналу до кожного з мікрофонів віднімемо рівняння з аналогічною умовою. Реалізуючи сказане, запишемо:

$$x_{r2}^2-x_{r1}^2-2\left(x_{r2}-x_{r1}\right)x_{ci}+y_{r2}^2-y_{r1}^2-2\left(y_{r2}-y_{r1}\right)y_{ci}+$$
$$+z_{r2}^2-z_{r1}^2-2\left(z_{r2}-z_{r1}\right)z_{ci}-\left\{v_n^2\left(t_{r2}-t_{r1}\right)\left(t_{r2}+t_{r1}-2t_{ci}\right)\right\}=0;$$

$$x_{r3}^2-x_{r2}^2-2\left(x_{r3}-x_{r2}\right)x_{ci}+y_{r3}^2-y_{r2}^2-2\left(y_{r3}-y_{r2}\right)y_{ci}+$$
$$+z_{r3}^2-z_{r2}^2-2\left(z_{r3}-z_{r2}\right)z_{ci}-\left\{v_n^2\left(t_{r3}-t_{r2}\right)\left(t_{r3}+t_{r2}-2t_{ci}\right)\right\}=0;$$

$$x_{r1}^2-x_{r3}^2-2\left(x_{r1}-x_{r3}\right)x_{ci}+y_{r1}^2-y_{r3}^2-2\left(y_{r1}-y_{r3}\right)y_{ci}+$$
$$+z_{r1}^2-z_{r3}^2-2\left(z_{r1}-z_{r3}\right)z_{ci}-\left\{v_n^2\left(t_{1r2}-t_{r3}\right)\left(t_{r1}+t_{r3}-2t_{ci}\right)\right\}=0;$$

$$x_{r4}^2-x_{r3}^2-2\left(x_{r4}-x_{r3}\right)x_{ci}+y_{r4}^2-y_{r3}^2-2\left(y_{r4}-y_{r3}\right)y_{ci}+$$
$$+z_{r4}^2-z_{r3}^2-2\left(z_{r4}-z_{r3}\right)z_{ci}-\left\{v_n^2\left(t_{1r4}-t_{r3}\right)\left(t_{r4}+t_{r3}-2t_{ci}\right)\right\}=0;$$

Технічна реалізація задачі може бути зведена до комп’ютерної системи з чотирма мікрофонами. Модель такої системи представимо після перетворень системою у вигляді чотирьох рівнянь:

$$\begin{cases} b_1+a_{11}x_{ci}+a_{12}y_{ci}+a_{13}z_{ci}+a_{14}t_{ci}=0; \\ b_2+a_{21}x_{ci}+a_{22}y_{ci}+a_{23}z_{ci}+a_{24}t_{ci}=0; \\ b_3+a_{31}x_{ci}+a_{32}y_{ci}+a_{33}z_{ci}+a_{34}t_{ci}=0; \\ b_4+a_{41}x_{ci}+a_{42}y_{ci}+a_{43}z_{ci}+a_{44}t_{ci}=0; \end{cases} \tag{20}$$

В системі (20) коефіцієнти дорівнюють:

$$b_1 = x_{r2}^2 - x_{r1}^2 + y_{r2}^2 - y_{r1}^2 + z_{r2}^2 - z_{r1}^2 - v_n^2\left(t_{r2}^2 - t_{r1}^2\right);$$

$$b_2 = x_{r3}^2 - x_{r2}^2 + y_{r3}^2 - y_{r2}^2 + z_{r3}^2 - z_{r2}^2 - v_n^2\left(t_{r3}^2 - t_{r2}^2\right);$$

$$b_3 = x_{r1}^2 - x_{r3}^2 + y_{r1}^2 - y_{r3}^2 + z_{r1}^2 - z_{r3}^2 - v_n^2\left(t_{r1}^2 - t_{r3}^2\right);$$

$$b_4 = x_{r4}^2 - x_{r3}^2 + y_{r4}^2 - y_{r3}^2 + z_{r4}^2 - z_{r3}^2 - v_n^2\left(t_{r4}^2 - t_{r3}^2\right);$$

$$a_{11} = -2\left(x_{r2} - x_{r1}\right);\ a_{21} = -2\left(x_{r3} - x_{r2}\right);$$

$$a_{31} = -2\left(x_{r1} - x_{r3}\right);\ a_{41} = -2\left(x_{r4} - x_{r3}\right);$$

$$a_{12} = -2\left(y_{r2} - y_{r1}\right);\ a_{22} = -2\left(y_{r3} - y_{r2}\right);$$

$$a_{32} = -2\left(y_{r1} - y_{r3}\right);\ a_{42} = -2\left(y_{r4} - y_{r3}\right);$$

$$a_{13} = -2\left(z_{r2} - z_{r1}\right);\ a_{23} = -2\left(z_{r3} - z_{r2}\right);$$

$$a_{33} = -2\left(z_{r1} - z_{r3}\right);\ a_{43} = -2\left(z_{r4} - z_{r3}\right);$$

$$a_{14} = -2v_n\left(t_{r2} - t_{r1}\right);\ a_{24} = -2v_n\left(t_{r3} - t_{r2}\right);$$

$$a_{34} = -2v_n\left(t_{r1} - t_{r3}\right);\ a_{44} = -2v_n\left(t_{r4} - t_{r3}\right);$$

Її аналітичний розв'язок за один крок отримуємо послідовним виключенням спочатку невідомої координати x_{ci}:

$$a_{21}b_1 - a_{11}b_2 + \left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)y_{ci} + \left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right)z_{ci} + \left(a_{21}a_{14} - a_{11}a_{24}\right)t_{ci} = 0;$$

$$a_{31}b_2 - a_{21}b_3 + \left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)y_{ci} + \left(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}\right)z_{ci} + \left(a_{31}a_{24} - a_{21}a_{34}\right)t_{ci} = 0;$$

$$a_{41}b_3 - a_{31}b_4 + \left(a_{41}a_{32} - a_{31}a_{42}\right)y_{ci} + \left(a_{41}a_{33} - a_{31}a_{43}\right)z_{ci} + \left(a_{41}a_{34} - a_{31}a_{44}\right)t_{ci} = 0;$$

Наступне виключення координати y_{ci} дає:

$$\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}b_1-a_{11}b_2\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}b_2-a_{21}b_3\right)+$$
$$+\left[\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}a_{13}-a_{11}a_{23}\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}a_{23}-a_{21}a_{33}\right)\right]z_{ci}+$$
$$+\left[\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}a_{14}-a_{11}a_{24}\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}a_{24}-a_{21}a_{34}\right)\right]t_{ci}=0;$$

$$\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}b_2-a_{21}b_3\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}b_3-a_{31}b_4\right)+$$
$$\left[\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}a_{23}-a_{21}a_{33}\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}a_{33}-a_{31}a_{43}\right)\right]z_{ci}+$$
$$+\left[\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}a_{24}-a_{21}a_{34}\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}a_{34}-a_{31}a_{44}\right)\right]t_{ci}=0.$$

Введемо позначення:

$$C_1=\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}b_1-a_{11}b_2\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}b_2-a_{21}b_3\right);$$

$$C_2=\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}b_2-a_{21}b_3\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}b_3-a_{31}b_4\right);$$

$$D_1=\left[\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}a_{13}-a_{11}a_{23}\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}a_{23}-a_{21}a_{33}\right)\right];$$

$$D_2=\left[\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}a_{23}-a_{21}a_{33}\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}a_{33}-a_{31}a_{43}\right)\right];$$

$$Q_1=\left[\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}a_{14}-a_{11}a_{24}\right)-\left(a_{21}a_{12}-a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}a_{24}-a_{21}a_{34}\right)\right];$$

$$Q_2=\left[\left(a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}\right)\left(a_{31}a_{24}-a_{21}a_{34}\right)-\left(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32}\right)\left(a_{41}a_{34}-a_{31}a_{44}\right)\right].$$

Тоді система спроститься до системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} C_1+D_1z_{ci}+Q_1t_{ci}=0; \\ C_2+D_2z_{ci}+Q_2t_{ci}=0; \end{cases} \tag{21}$$

Звідки час реєстрації події та координати джерела звукових аномалій:

$$C_1D_2-C_2D_1+\left(Q_1D_2-Q_2D_1\right)t_{ci}=0;$$

$$t_{ci}=\left[C_2D_1-C_1D_2\right]\left(Q_1D_2-Q_2D_1\right)^{-1};$$

$$z_{ci} = \begin{cases} -\dfrac{C_1 + Q_1 t_{ci}}{D_1} & \forall\, D_1 \neq 0, \\ -\dfrac{C_2 + Q_2 t_{ci}}{D_2} & \text{if} \;\; D_1 = 0. \end{cases} \tag{22}$$

У випадку, коли знаменник дробі обертається в нуль, тоді координату джерела звуку (x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}) обчислимо за виразом, що утворено як розв'язок другого рівняння системи (21):

$$z_{ci} = -\frac{C_2 + Q_2 t_{ci}}{D_2},$$

$$y_{ci} = -\left(a_{21}b_1 - a_{11}b_2 + \left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right) z_{ci} + \left(a_{21}a_{14} - a_{11}a_{24}\right) t_{ci}\right)\left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)^{-1};$$

$$x_{ci} = -\frac{1}{a_{11}}\left(b_1 + a_{12}\,y_{ci} + a_{13}\,z_{ci} + a_{14}\,t_{ci}\right).$$

Умови рівності нулю коефіцієнта D_1:

$$D_1 = \left[\left(a_{31}a_{22} - a_{21}a_{32}\right)\left(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23}\right) - \left(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22}\right)\left(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}\right)\right];$$

$$D_1 = a_{31}a_{22}a_{21}a_{13} - a_{21}a_{32}a_{21}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{11}a_{23} + a_{21}a_{32}a_{11}a_{23} - \\ - a_{21}a_{12}a_{31}a_{23} + a_{11}a_{22}a_{31}a_{23} + a_{21}a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{22}a_{21}a_{33} = 0$$

або

$$a_{22} = a_{23}; \;\; a_{32} = a_{33}; \;\; a_{13} = a_{12}.$$

Таким чином, для окремих значень координат розташування мікрофонів параметр D_1 обертається у нуль, що у свою чергу блокує роботу алгоритму, якщо не здійснювати його коригування шляхом логічного переходу до іншого рівняння системи (21).

5. Проведення чисельного експерименту

Данні про умови чисельного експерименту, що характеризують координати чотирьох мікрофонів, подані у табл. 1. Координати для чисельного експерименту обрано на підставі рекомендацій роботи [15].

В табл. 2 подано додаткові параметри проведення експерименту: час реєстрації мікрофонами аномальної події. Крім того, подано координати події і її абсолютна похибка E, номер ітерації n та загальний час розрахунку τ, що отримано у ході експерименту.

Таблиця 1

Координати мікрофонів компютеризованої системи фіксації звукових аномалій

Номер мікрофона	Координати мікрофона		
	X_i, м	$У_i$, м	Z_i, м
1	85	90	5
2	50	20000	5
3	15000	35	5
4	19000	1700	5

Експеримент проведено для комп'ютеризованної системи, що здатна здійснювати реєстрацію звукових аномалій чотирма мікрофонами. Такий варіант системи із багатьох чисельних експериментів обрано виходячи із необхідності одночасного визначення трьох координат та часу події. Результати моделювання подані у табл. 2. У колонці 1 подано номер експерименту. У колонках 2, 3, 4, 5 подано час, за яким зареєстровано звукову подію. Координати звукової аномалії, що розраховано, представлені у колонках 6, 7, 8, відповідно. У ході чисельного експерименту розрахунки проводились до досягнення величини абсолютної похибки 0,01м, які і відображено у табл. 2.

Таблиця 2

Параметри умов та результати чисельного експерименту

Дослід №	Час реєстрації події і-тим мікрофоном, с				Координата/відносна похибка, м/м			Ітерація/загальна кількість ітерацій/ час розрахунку
	1	2	3	4	X_{ci}/E	$У_{ci}/E$	Z_{ci}/E	n/N/τ,1/мс
1	65.369	65.579	32.76	24.567	20000/–0,14	10000/–0,4	2,99/0,01	12/17/20
2	80.703	55.687	59.836	53.777	19000/0	20000/0	2,9/0,1	8/16/50
3	65.362	29.240	60.482	59.929	10000/0	20000/0	3,06/–0,06	7/29/73
4	58.571	2.7917	71.658	75.432	1000/0	20000/0	2,99/0,01	10/13/37
5	58.585	80.960	14.965	3.5871	20000/0	1000/0	2,99/0,01	13/17/10
6	39.172	39.438	34.182	38.190	9000/0	10000/0	2,99/0,01	10/15/9
7	61.975	46.325	43.977	40.814	15000/0	15000/0	2,94/0,06	7/10/3
8	18.454	45.583	35.466	45.134	4000/0	5000/0	2,98/0,02	12/16/24
9	46.135	20.676	52.892	56.747	5000/0	15000/0	2,99/0,01	9/14/34
10	43.363	60.196	14.883	17.605	14000/0	5000/0	2,97/0,03	8/11/5
11	29.259	63.028	14.965	26.528	10000/0	1000/0	2,98/0,02	10/14/98
12	29.246	29.519	50.499	58.249	1000/0	10000/0	2,99/0,01	18/22/53
13	32.514	52.896	20.707	28.170	10000/0	5000/0	3/0	8/11/4
14	32.507	32.788	41.486	47.828	5000/0	10000/0	3/0	9/12/71
15	52.623	52.855	29.284	27.076	15000/0	10000/0	2,99/0,01	8/10/3
16	52.619	32.724	46.367	47.192	10000/0	15000/0	2,99/0,01	10/19/91
17	60.265	14.546	65.619	67.710	5000/0	20000/0	2,99/0,01	13/33/158
18	73.105	43.933	58.671	55.047	15000/0	20000/0	2,97/0,03	8/11/63
19	60.276	73.349	20.707	10.133	20000	5000/0	2,99/0,01	12/17/11
20	73.108	60.440	46.367	39.195	20000/0	15000/0	2,99/0,01	12/17/105

Також вони продовжувались до забезпечення абсолютної похибки 0.0001 м. Ці дві величини n та N (загальна кількість ітерацій) відображаються у дев’ятій колонці відповідно першим та другим числом, що відокремлено нахиленою рискою. Під загальним часом розрахунку τ прийнято час, за який похибка досягне величини меншої за задану 0.0001 м. Цей параметр відображається у табл. 2 під другою рискою дев’ятої колонки.

Найбільша величина витрат часу досягається у експериментах за номерами 11, 16, 17, 20 відповідно 98, 91, 158, 105 мс. В табл. 2, з метою скорочення розмірів комірок, у випадку, коли похибка була меншою за 0.01 м, записувався 0. Слід зазначити, що навіть найбільша із цих величин є достатньо малою (0,158 с) і придатна задовольнити вимоги для роботи АСК для розв’язку переліку означених задач [1, 9, 10, 15, 16, 24–29], що грунтуются на ідеї визначення координат джерел звукових аномалій. Таким чином, підсумовуючи результати чисельного моделювання, слід додати, що чим більше відстань між мікрофонами, тим меншою є кількість ітерацій в процесі знаходження кінцевого результату за обраною точністю обчислень. Оптимальним є рівномірне розташування мікрофонів вздовж периметру зони (квадрата) сканування. При розташуванні мікрофонів компактно значення їх одноіменних координат не повинні бути однаковими. Крім того, висота розташування завжди є більшою за вертикальну координату звукової аномалії. Дотримання цих вимог зменшує як кількість ітерацій, так і загальні витрати часу на розрахунок координат звукової анамалії.

6. Обговорення результатів дослідження застосовності не прямих та прямих методів визначеня координати звукової аномалії

Отриманні результати показають, що сформована модель фіксації звукової аномалії окремої точки сферичного фронту хвилі дозволяє будувати аналітичні розв’язки, як прямими так і не прямими методами. Побудовані та представлені виразами (11)–(13) та (14), (15) розв’язки задачі пошуку координат звукової аномалії за лінійною схемою наближення і лінійною та квадратичною апроксимацією є аналітичними рекурентними виразами. Їх аналітичність є основною перевагою перед результатами робіт, які визначають координати звукової аномалії чисельними методами [9, 10, 15, 16, 27–29]. Завдяки такій властивості як аналітичність, відносно просто будується алгоритм розрахунку координат звукової аномалії. Причинами результату, що отримано, на відміну від робіт [27–29], є запропоноване усунення іраціональності зі складу моделі при її формуванні та відхід від методів [30, 31], а застосування до розв’язку методу рекурентної апроксимації (МРА) [33–35]. Числові експерименти, дані про які подано у табл. 1 та 2, теж демонструють стійку роботу алгоритму та достатньо добру збіжність. Кількість ітерацій (10–17), точність, що обирається та регулюється, загальний час розрахунку (максимальний 0,158 с) – усе це надає перевагу отриманим пропозиціям.

Перевага цих результатів перед прямими та непрямими чисельними методами [30–32], що ґрунтуються на методі Ньютона-Канторовича, полягає у перевагах самого МРА. Цей метод усуває головну проблему оптимізації, коли при наближенні до оптимальної точки спадає градієнт, що приводить до стрибкоподібного росту кроку у алгоритмі пошуку кореня.

Результати числових експериментів демонструють, що найбільшу похибку мають системи у яких координати мікрофонів і джерел звуку або практично однакові або співпадають. Поясненням таких результатів, як слід було і очікувати із аналізу виразів (11)–(13) та (14), (15), що видно доречі внаслідок аналітичності розв’язків, є наступні причини. По-перше, за цих умов коефіцієнти рівнянь зменьшують свої значення практично до нуля або обертаються у нуль. По-друге, головні визначники проміжних систем прямують до малих величин, а різниця значень шуканих координат між ітераціями різко зростає, оскільки обернено пропорційна прямуючому до нуля результату від дії оператору, що гальмує збіжність розв'язків.

Запропоноване перетворення системи нелінійних рівнянь до лінійної комбінаційно-різницевої форми (16), дозволило отримати простий алгоритм пошуку координат. Однак, оскільки він звівся до розв’язку системи алгебраїчних рівнянь першого порядку, йому притаманні обмеження на головний визначник системи. Останнє приводить до обмеження на конструктивні параметри ситеми мікрофонів: відстань та розташування, що необхідно враховувати при його реалізації.

Виходом з такого положення, як свідчать результати експерименту табл. 2, є рознесення на відстань та збільшення кількості мікрофонів із селективним отбором даних для розрахунку координат анамалії. Ідея надлишковості [27] та селективного добору також може давати при поєднанні із отриманими розв’язками нові позитивні результати. Тому запропонований розв’язок задачі для чотирьох мікрофонів є однією з переваг застосування пропонованих рішень. Висновок із аналізу результатів числового експерименту, незалежно від застосованих методів, полягає у наступному. Для зменшення похибки необхідно рознести мікрофони між собою на відстань та від площини двох з них, на відміну від пропозицій робіт [7, 14]. Цей висновок важливий для практиків і практичної реалізації систем, оскільки завдяки йому зменшується кількість мікрофонів та підвищується точність визначення координат.

Однак точність за прямими методами не регулюється. Її величина визначається точністю обчислення коефіцієнтів та доданків, що не містять невідомих. У випадках орієнтації джерела звуку до мікрофонів, коли відстані стають однаковими, праві частини наближаються до нуля. У цьому випадку розв’язки, внаслідок похибки фіксації часу переднього фронту хвилі, втрачають властивість однозначності і містять похибку невизначеної величини, яка не регулюється.

Застосування до пошуку координат наближених методів, що отримано шляхом розв’язку задач мінімізації із залученням МРА, дозволяє будувати прості алгоритми аналітичних розв'язків. Їх реалізація для розв’язку задач чисельних експериментів дає швидкі та практично точні значення координат, що є особливостями і перевагами застосування пропонованого методу розв'язку. Таким чином, побудована модель не містить хиб, що продукувала іраціональність системи рівнянь та обмеження методу Ньютона на відсутність не простих коренів і осциляцій функціоналу.

Підчас числових експериментів з запропонованими алгоритмами, які побудовано на розв'язках задачі прямими методами, визначено, що коефіцієнти системи за певним збігом параметрів обертаються у нуль. Застосування до побудови алгоритмів методів логічного аналізу та правил логічного висновку дозволяє уникати ділення на нескінчено малі величини або нуль. Такий підхід зменшує кількість ітерацій, що у свою чергу зменшує загальний час пошуку. Одночасне застосуваня алгоритмів пошуку координат звукової аномалії, які пропонуються та інструментів картографування, очевидно утворює основу будови підсистем автоматизованого моніторингу і контролю надзвичайних подій [1, 15, 16].

Недоліком даного дослідження є зосередженя на спрошеній моделі, для якої факт звукової аномалії розглядається як миттєвий імпульс без завад, а задачами є побудова моделі та аспекти будови розв'язків і алгоритмів визначення її координат. Однак, реальні звукові ряди містять сукупність результуючих звуків-образів разом із завадами. Вибір типів звуків амплітудно-частотного опису звуків аномалій та характерних точок на них дозволяє застосовувати отримані моделі та методи визначення координат для систем спостереження. В зв’язку з цим, головним недоліком, а також задачею подальшого удосконалення системи, є побудова методу виокремлення образу аномалії із сукупного спектру та фіксація моменту часу. Розв'язок цієї задачі і є напрямком удосконалення та впровадження АСК фіксації та картографування подій широкого призначення.

7. Висновки

1. Уява про розповсюдження акустичних сферичних хвиль від точкових джерел, фронт яких реєструється, як миттєві імпульси мікрофонами, що рознесено на відстані, дозволяє побудувати математичну модель, яка не містить іраціональності. Зв’язок між координатами звукової аномалії і швидкістю розповсюдження звуку у повітрі, відстаню між мікрофонами, їх кількістю і розташуванням представлено рекурентними системами, що регламентують задану точність.

2. Розв’язок задачі пошуку координат звукової аномалії не прямими методами для трьох мікрофонів, що отримано за лінійною схемою наближення і лінійною та квадратичною апроксимацією, є зведеним до аналітичної рекурентної форми. Їх реалізація дає прості алгоритми для розрахунку координат звукової аномалії, що є швидко збіжні із заданою або регульованою точністю та кількістю ітерацій.

3. Перетворення системи нелінійних рівнянь до запропонованої лінійної комбінаційно-різницевої форми, дозволяє отримати простий алгоритм пошуку методами прямого розв’язку задачі розрахунку координати звукової аномалії за одну ітерацію для трьох і чотирьох мікрофонів.

4. Числовий експеримент з визначення координат звукової аномалії із заданою точністю демонструє працездатність алгоритмів, що побудовано для даної моделі не прямими та прямими методами. Здатність алгоритмів до керованого регулювання точності зменшує кількість ітерацій, що особливо суттєво для випадків гіршої збіжності. Найбільший загальний час розрахунку координат склав 0,158 с, що задовольняє вимоги АСК із швидкодії. Алгоритми є прости-

ми, швидко збіжними, з регульованою точністю та малим часом розрахунку до повної збіжності.

Література

1. Nazirov, E. K., Nazirova, T. A. (2018). Emergency notification system “ACEH.” Scientific Bulletin of UNFU, 28 (1), 140–144. doi: https://doi.org/10.15421/40280128
2. Seah, C. E., Hwang, I. (2009). Stochastic Linear Hybrid Systems: Modeling, Estimation, and Application in Air Traffic Control. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 17 (3), 563–575. doi: https://doi.org/10.1109/tcst.2008.2001377
3. Camacho, E. F., Ramirez, D. R., Limon, D., Muñoz de la Peña, D., Alamo, T. (2010). Model predictive control techniques for hybrid systems. Annual Reviews in Control, 34 (1), 21–31. doi: https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2010.02.002
4. SPOTLITE - Electro-Optical Small-Arms Fire Detection System. URL: https://defense-update.com/20060726_spotlite.html
5. PILAR - Ground Version. URL: http://metravib.acoemgroup.com/defence/catalog/PILAR---GROUND-VERSION
6. Yong, J., Wang, D.-Y. (2015). Impact of noise on hearing in the military. Military Medical Research, 2 (1), 6. doi: https://doi.org/10.1186/s40779-015-0034-5
7. Rascon, C., Meza, I. (2017). Localization of sound sources in robotics: A review. Robotics and Autonomous Systems, 96, 184–210. doi: https://doi.org/10.1016/j.robot.2017.07.011
8. Boomerang III. URL: https://www.raytheon.com/capabilities/products/boomerang
9. Yang, X., Xing, H., Ji, X. (2018). Sound Source Omnidirectional Positioning Calibration Method Based on Microphone Observation Angle. Complexity, 2018, 1–15. doi: https://doi.org/10.1155/2018/2317853
10. Какая техника позволит выиграть войну с террористами. URL: http://www.autoconsulting.com.ua/article.php?sid=30908
11. Nguyen, L., Valls Miro, J., Qiu, X. (2019). Multilevel B-Splines-Based Learning Approach for Sound Source Localization. IEEE Sensors Journal, 19 (10), 3871–3881. doi: https://doi.org/10.1109/jsen.2019.2895854
12. Львов, А. В., Агапов, М. Н., Тищенко, А. И. (2010). Триангуляционная система определения координат источника звука. Ползуновский вестник, 2, 159–162.
13. Risoud, M., Hanson, J.-N., Gauvrit, F., Renard, C., Lemesre, P.-E., Bonne, N.-X., Vincent, C. (2018). Sound source localization. European Annals of Otorhinolaryngology, Head and Neck Diseases, 135 (4), 259–264. doi: https://doi.org/10.1016/j.anorl.2018.04.009
14. Döbler, D., Heilmann, G., Ohm, M. (2010). Automatic detection of microphone coordinates. 3rd Berlin Beamforming Conference. URL: http://www.bebec.eu/Downloads/BeBeC2010/Papers/BeBeC-2010-15.pdf

15. Бєлозьоров, Ж. О. (2016). Аналіз та реалізація алгоритму обчислення координат пострілу на базі мобільного пристрою у взаємодії з БПЛА. Наукові праці ЧНУ ім. Петра Могили. Серія: Комп'ютерні технології, 287 (275), 34–40.

16. Палагін, О. В., Васюхін, М. І., Касім, А. М., Іваник, Ю. Ю., Долинний, В. В. (2015). Методи та засоби побудови динамічних сценаріїв у навігаційних геоінформаційних системах. Перспективи розвитку автоматизованих систем управління військами та геоінформаційних систем: збірник матеріалів науково-практичної конференції. Львів: АСВ, 185–200.

17. Engel, J., Sturm, J., Cremers, D. (2012). Camera-based navigation of a low-cost quadrocopter. 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. doi: https://doi.org/10.1109/iros.2012.6385458

18. Біленко, О. І., Гунько, Г. Л. (2015). Визначення параметрів звуку пострілу, які впливають на виконання специфічних вогневих завдань силами безпеки та підлягатимуть регламентації. Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції. Львів, 14–15.

19. Krainyk, Y., Darnapuk, Y. (2019). Configurable Description of FPGA-based Control System for Sensor Processing. 2019 XIth International Scientific and Practical Conference on Electronics and Information Technologies (ELIT). doi: https://doi.org/10.1109/elit.2019.8892313

20. Trounov, A. N. (1984). Application of sensory modules for adaptive robots. IFS Publication. Robot Vision and Sensory Control, 285–294.

21. Musiyenko, M. P., Zhuravska, I. M., Kulakovska, I. V., Kulakovska, A. V. (2016). Simulation the behavior of robot sub-swarm in spatial corridors. 2016 IEEE 36th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). doi: https://doi.org/10.1109/elnano.2016.7493090

22. Zhuravska, I., Kulakovska, I., Musiyenko, M. (2018). Development of a method for determining the area of operation of unmanned vehicles formation by using the graph theory. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (3 (92)), 4–12. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.128745

23. Zhuravska, I. Musiyenko, M., Tohoiev, O. (2019). Development the Heat Leak Detection Method for Hidden Thermal Objects by Means the Information-Measuring Computer System. Proceedings of the Second International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems (CMIS-2019), 2353, 350–364. URL: http://ceur-ws.org/Vol-2353/paper28.pdf

24. Криворучко, А. В. (2012). Огляд та порівняльний аналіз технічних систем виявлення позиції снайпера. Сучасна спеціальна техніка, 3, 75–81. 2012. URL: http://elar.naiau.kiev.ua/jspui/bitstream/123456789/2468/1/%d0%9a%d1%80%d0%b8%d0%b2%d0%be%d1%80%d1%83%d1%87%d0%ba%d0%be%20%d0%90.%20%d0%92..pdf

25. Бабичев, В. И., Шигин, А. В., Морозов, В. И., Голомидов, Б. А., Ларин, Д. В., Ларин, А. В. и др. (2011). Пат. РФ № 2453790. Способ стрельбы артиллерийскими снарядами с закрытых огневых позиций. № 2011104932/28; заявл. 10.02.2011; опубл. 20.06.2012, Бюл. № 17. URL: http://www.freepatent.ru/patents/2453790

26. Горшков, А. И. (2001). Пат. РФ № 2215972. Системы наведения. заявл. 28.09.2001; опубл. 10.11.2003. URL: http://www.freepatent.ru/patents/2215972

27. Ткаченко, В. Н., Хашан, Т. С., Мануйленко, Р. И. (2013). Экстремальная постановка задачи определения координат источника звука в условиях избыточности информации. Искусственный интеллект, 3, 462–469.

28. Трембач, Б. Р., Кочан, Р. В. (2016). Аналіз похибки вимірювання кута напряму на ціль розподіленою системою звукової артилерійської розвідки. Вимірювальна техніка та метрологія, 77, 177–182.

29. Кочан, Р. В., Трембач, Б. Р., Кочан, О. В. (2019). Методична похибка пеленгування цілі системою звукової артилерійської розвідки. Вимірювальна техніка та метрологія, 80 (3), 10–14. doi: https://doi.org/10.23939/istcmtm2019.03.010

30. Taringoo, F., Caines, P. E. (2010). Gradient-geodesic HMP algorithms for the optimization of Hybrid systems based on the geometry of switching manifolds. 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). doi: https://doi.org/10.1109/cdc.2010.5717541

31. Banitalebi, A., Ahmad, R., Abd Aziz, M. I. (2012). A direct method for optimal control problem. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 81 (1), 33–47.

32. Dal Bianco, N., Bertolazzi, E., Biral, F., Massaro, M. (2018). Comparison of direct and indirect methods for minimum lap time optimal control problems. Vehicle System Dynamics, 57 (5), 665–696. doi: https://doi.org/10.1080/00423114.2018.1480048

33. Trunov, A. (2017). Theoretical predicting the probability of electron detachment for radical of cell photo acceptor. 2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). doi: https://doi.org/10.1109/elnano.2017.7939776

34. Trunov, A., Malcheniuk, A. (2018). Recurrent network as a tool for calibration in automated systems and interactive simulators. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (9 (92)), 54–60. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126498

35. Trunov, A. (2017). Recurrent Approximation in the Tasks of the Neural Network Synthesis for the Control of Process of Phototherapy. Chap. 10. Computer Systems for Healthcare and Medicin. Denmark, 213–248.

36. Trunov, A. (2018). Transformation of operations with fuzzy sets for solving the problems on optimal motion of crewless unmanned vehicles. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4 (4 (94)), 43–50. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.140641

37. Trunov, A. (2016). Recurrent approximation as the tool for expansion of functions and modes of operation of neural network. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (4 (83)), 41–48. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.81298

38. Trunov, A. (2019). Forming a metodology for transforming a model as the basis for expanding its informativeness. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (4 (101)), 34–43. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.181866